Introduction à l'acoustique des salles

Partie 1 : Théorie ondulatoire (BF)

Partie 1 : Théorie ondulatoire (BF)
Partie 2 : Théorie statistique (Sabine, HF)
Partie 3 : Autres approches
Structure du champ acoustique dans les salles

Gilles.robert@ec-lyon.fr

ECL2022Ac8AcSalles

ÉCOLE CENTRALE LYON
Gilles Robert

Les locaux à vivre

Adaptés à la conversation

Temps d'établissement
ni trop court ni trop long

Les salles d'audition

On écoute, on ne parle pas

Niveau sonore suffisant et homogène

Salle réverbérante

Etude des matériaux absorbants
de la transmission de paroi

Locaux assourdis

Étude des sources

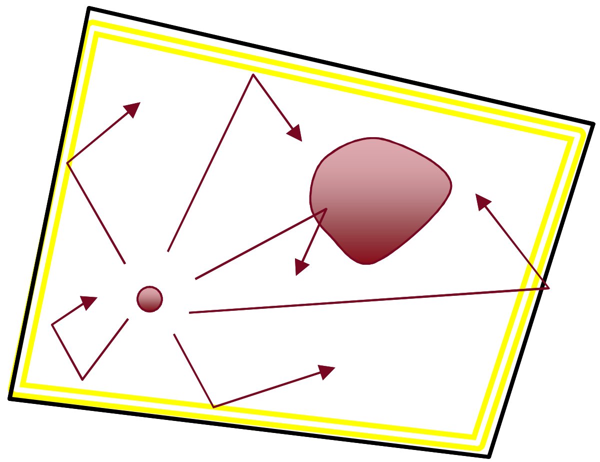
Studio d'enregistrement

ÉCOLE CENTRALE LYON
Gilles Robert

Objectifs

Cadre théorique Propagation en milieu confiné

réflexion diffraction absorption



Objectifs

Etude du mode de répartition, du temps d'établissement et d'évanouissement du niveau sonore dans la salle

Un problème qui peut être très lourd

Grande étendue en fréquences: 20 Hz-20 kHz
Différentes répartitions de source

2 approches pour 2 domaines de fréquences

BF: théorie ondulatoire, répartition non homogène

HF: théorie statistique, répartition relativement homogène

Partie 1 : Basses fréquences

L'approche ondulatoire

2. Première approche : La théorie ondulatoire

Basses fréquences

2.1 Objectif

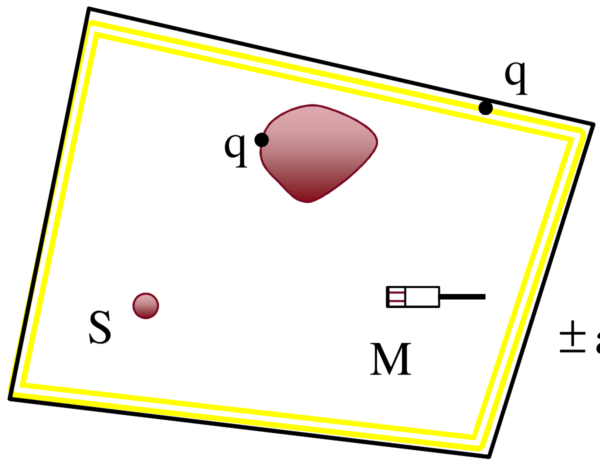
Pb

Estimer p(M;f)

$\forall M \in$ Domaine

$\forall f \in (20\,\text{Hz}; 20\,\text{kHz})$

$\forall$ position de la Source



2.2 Formulation du problème

$$\left(\Delta + k^2\right)p = Q(M;f)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} + i k \beta(q;f)\, p = 0$$

$\beta = \dfrac{\rho_0 c_0}{Z}$ Admittance spécifique

Un objectif ambitieux : Estimer le champ acoustique dans toute la salle, quelque soit la position des sources, pour un large domaine de fréquence.
La formulation du problème est classique : l'équation de Helmholtz + des conditions aux limites.

ÉCOLE CENTRALE LYON
Gilles Robert

2.3 Résolution; approche modale

On introduit les fonctions propres du Laplacien qui vérifient les CL

$$\left|\begin{aligned}&\Delta\Psi_I = k_I^2 \Psi_I \\ &\frac{\partial \Psi_I}{\partial n} + i k \beta(q;f)\Psi_I = 0\end{aligned}\right.$$

NB $\quad \left|\begin{aligned}&\beta \in \mathbb{C}\\ &\beta = \beta(f)\end{aligned}\right| \longrightarrow \left|\begin{aligned}&k_I \in \mathbb{C} \text{ et } k_I = k_I(f)\\ &\Psi_I \in \mathbb{C} \text{ et } \Psi_I = \Psi_I(f)\end{aligned}\right.$

Il faut calculer les modes pour chaque fréquence !

On décompose la pression sur les modes ainsi l’expression vérifie les CL

$$p = \sum_I A_I \Psi_I$$

On déterminee les A_I en imposant à p de vérifier l’équation de Helmholtz, et en projetant sur chacun des modes

$$\int_D \Psi_I \left[\sum_j A_j \left(k^2 - k_j^2\right) \Psi_j = Q \right]$$

$$p(M;f) = \sum_I \frac{1}{\left(k_I^2(f) - k^2\right)} \frac{\Psi_I(M;f)}{\int_D \Psi_I^2 \, dv} \int_D Q(M';f)\Psi_I(M';f)\, dv_{M'}$$

Approximatif,
pb d’orthogonalité

Retenez la méthode. Pour une fréquence donnée

1. On construit une base de fonction (f^{ct} propres du Laplacien qui vérifient les CL)
2. On exprime p sur cette base de fonctions
3. On demande à p de vérifier l’équation d’onde

ÉCOLE CENTRALE LYON
Gilles Robert

2.3 Approche modale (suite)

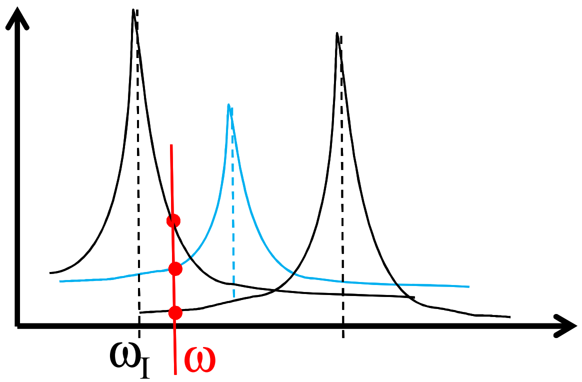
Forme modale
Répartition dans l'espace

$$p(M;f)=\sum_I \boxed{\frac{1}{\left(k_I^2(f)-k^2\right)}}\;\frac{\boxed{\Psi_I(M;f)}}{\int_D \Psi_I^2\,dv}\;\boxed{\int_D Q(M';f)\,\Psi_I(M';f)\,dv_{M'}}$$

fonction d'influence en fréquence (résonance)

Force généralisée
Projection de la source sur le mode

Résonance et troncature modale



En BF, à une fréquence, il n'y a que quelques modes qui contribuent à la sommation

Rq

Si la fréquence d'excitation est proche d'une résonnance, la répartition spatiale de la pression est proche de la forme modale associée.

NB

Importance de l'approche modale

Une grosse partie de la résolution se fait indépendamment des termes sources (pb valeurs propres)

Rq

Malheureusement $\Psi_I(M;f)$

1 fréquence-1problème aux valeurs propres
Très lourd à assumer!

2.3 Résolution; approche modale
Remarque : Fonction de Green

$$p(M;f)=\sum_I \frac{1}{\left(k_I^2(f)-k^2\right)}\frac{\Psi_I(M;f)}{\int_D \Psi_I^2\,dv}\int_D Q(M';f)\Psi_I(M';f)\,dv_{M'}$$

$$p(M;f)=\int_D \boxed{\sum_I \frac{\Psi_I(M;f)\Psi_I(M';f)}{\left(k_I^2(f)-k^2\right)\int_D \Psi_I^2\,dv}} Q(M';f)\,dv_{M'} \qquad p(M;f)=\int_D G(M,M')\;Q(M';f)\,dv_{M'}$$

On reconnait la fonction de Green $\quad G(M;M')=\sum_I \frac{\Psi_I(M;f)\Psi_I(M';f)}{\left(k_I^2(f)-k^2\right)\int_D \Psi_I^2\,dv}$

Pour chercher la solution, on peut suivre différentes approches.

- L'approche modale directe comme ici (on décompose directement le champ acoustique sur les modes de la salle)
- La formulation intégrale avec la fonction de Green (ici c'est la fonction de Green qui est recherchée et décomposée sur les modes)

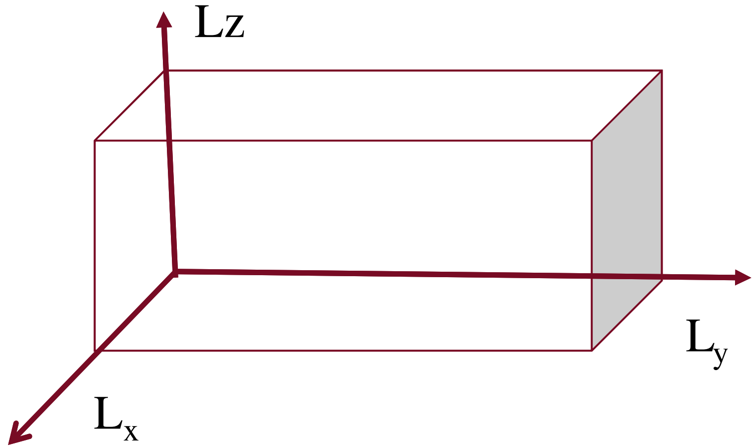
Le calcul reste quasiment le même et est basé sur une approche modale.

Exemple: la salle parallélépipédique

2.4 Pb sans amortissement

$$\left(\Delta + k^2\right)p = Q\left(M;f\right)$$

$$\text{CL} \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$



Formes et fréquences propre

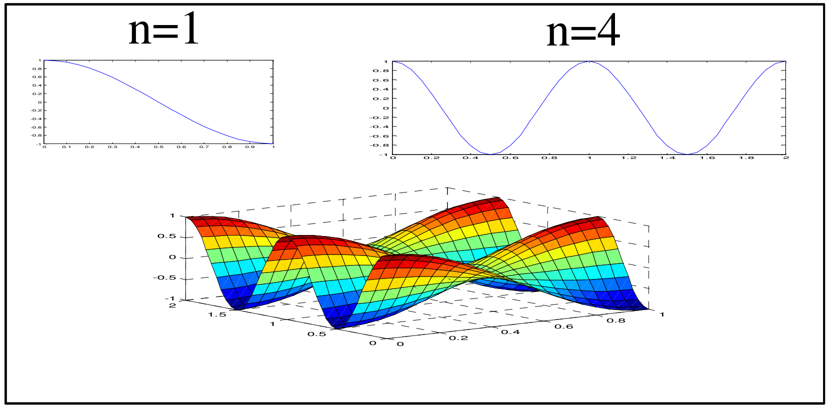
$$\left(\Delta + k_I^{02}\right)\Psi_I^0 = 0$$

$$\text{CL} \quad \frac{\partial \Psi_I^0}{\partial n} = 0$$

$$I = (n_x, n_y, n_z)$$

$$\Psi_I^0(M) = \cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right)\cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right)\cos\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right)$$

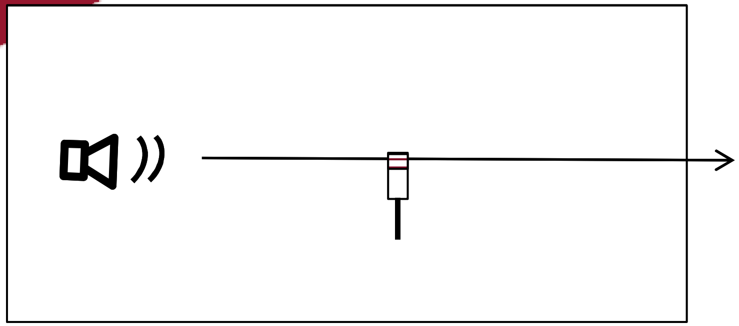
$$\frac{2\pi f_I}{c_0} = k_I^0 = \left[\left(\frac{n_x \pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y \pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z \pi}{L_z}\right)^2\right]^{1/2}$$

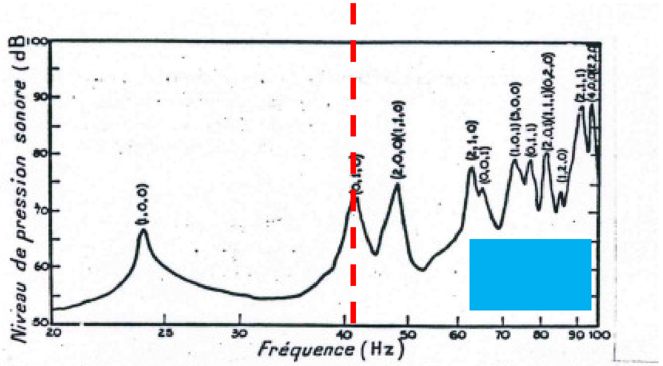


Ici, il n'y a pas d'amortissement, les modes ne dépendent pas de la fréquence

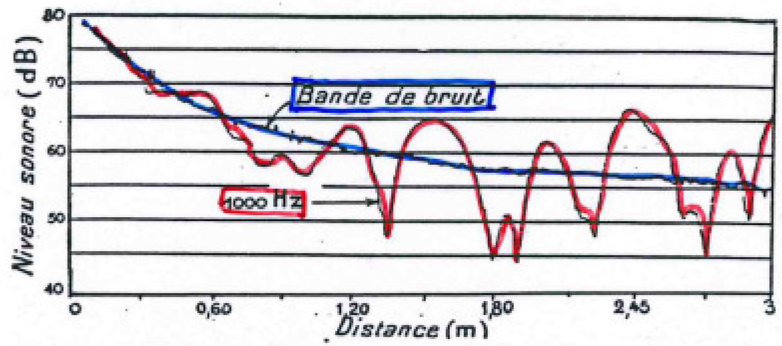
ÉCOLE CENTRALE LYON
Gilles Robert

Modes dans une salle parallélépipédique

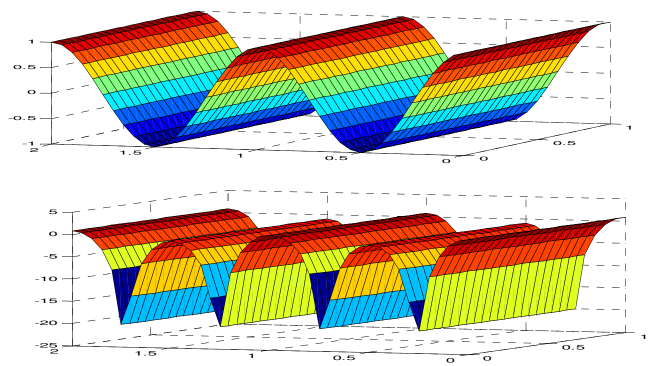




VIII-1. — Niveau sonore dans un coin d'une salle en fonction de la fréquance du son créé par un haut parleur dans un autre coin. Cette courbe de réponse fut relevée dans une salle de 7,25 m × 4 m × 2,5 m. On remarquera l'élévation de niveau aux fréquences de résonance. Les modes normaux de vibration correspondant à ces fréquences sont précisés par les chiffres entre parenthèses au-dessus des pointes.



VIII-2. — Niveau sonore en fonction de la distance à un haut-parleur dans une salle dans l'axe de celui-ci. Une des courbes donne la distribution des pressions pour une note de 1000 Hz, l'autre pour un son complexe comportant un grand nombre de fréquences.



- Pour une fréquence pure f_0, la répartition du niveau est gouvernée par les formes modales des quelques modes dont la fréquence est proche de f_0. La répartition est très hétérogène.

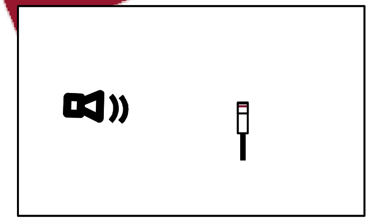
- Pour une large bande de fréquence, la répartition du niveau est gouvernée par les formes modales de tous les modes dont la fréquence se situe dans la bande de fréquences. La répartition est homogène.

ÉCOLE CENTRALE LYON
Gilles Robert

Densité modale d'une salle parallélépipédique

Déf

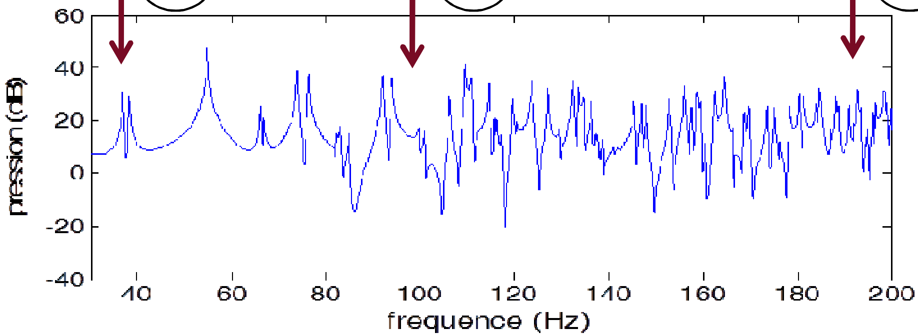
La densité modale représente le nombre de modes résonnants dans une bande de fréquence comprise entre f et f+df

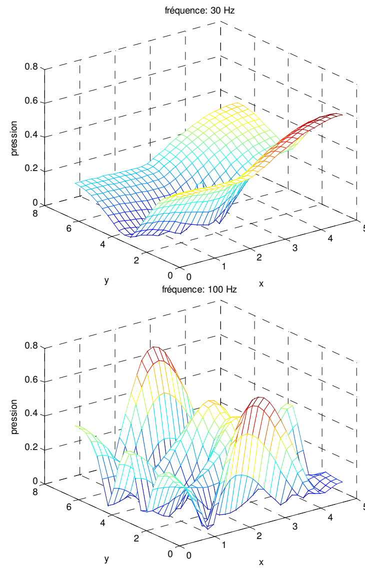


On montre

$$\frac{dN}{df} \approx \frac{4\pi \text{Volume}}{c_0^3} f^2$$

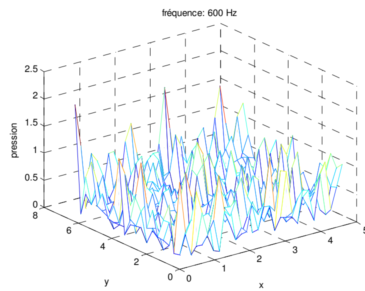
1 2 3





1

2



3

Conclusion

Si la fréquence d'excitation de la salle augmente, la densité modale augmente et le nombre de modes ayant une réponse significative augmente. Le champ est de plus en plus homogène dans la salle. Les ventres et les nœuds des modes excités se compensent les uns les autres

→ En HF: Théorie statistique reposant sur la notion de champ diffus

On retiendra

Dans une salle, une enceinte close, le champ acoustique peut s'exprimer comme la somme d'une infinité de composantes modales.

Les modes sont les fonctions propres du Laplacien qui vérifient les conditions aux limites.
Chaque mode est caractérisé par une formes propre et une fréquence de résonnance.

Dans cette approche, une grosse part du calcul réside dans la détermination des fonctions propres qui sont indépendantes des sources. La prise en compte des sources se réduit à un simple calcul d'intégrales (les forces modales généralisées)

En présence d'amortissement, les calculs s'alourdissent car les modes dépendent de la fréquence et doivent être calculés pour chaque fréquence

En basses fréquences

La densité modale est faible, les modes sont bien séparés en fréquence. Les contributions modales se réduisent aux modes dont les fréquences de résonance sont proches de la fréquence étudiée. La répartition spatiale de l'énergie acoustique est alors pilotée par les formes modales de ces quelques modes. Elle est en générale inhomogène

Lorsque la fréquence augmente, la densité modale augmente, le nombre de modes participant de façon significative au champ acoustique augmente. En générale, la répartition spatiale de l'énergie s'homogénéise alors.